ПРАКТИКАЛЫҚ САБАҚ №14

Бағыт бойынша туынды. ФНП градиенті. Тангенс жазықтығы және бетіне қалыпты

$$S: x^2 + y^2 - z^2 + 6xy - z = 8, \quad M_0(1,1,\ 0).$$

$$x^2 + y^2 - z^2 + 6xy - z - 8 = 0$$

$$F_x^/ = \left(x^2 + y^2 - z^2 + 6xy - z - 8\right)_x^/ = \left(2x + 6y\right)\Big|_{M_0(1,1,0)} = 2*1 + 6*1 = 8$$

$$F_y^/ = \left(x^2 + y^2 - z^2 + 6xy - z - 8\right)_y^/ = \left(2y + 6x\right)\Big|_{M} = 2*1 + 6*1 = 8$$

$$F_z^/ = \left(x^2 + y^2 - z^2 + 6xy - z - 8\right)_z^/ = \left(-2z - 1\right)\Big|_{M(1,1,0)} = -2*0 - 1 = -1$$

Шешуі.

$$F_x'(x_0, y_0, z_0)(x - x_0) + F_y'(x_0, y_0, z_0)(y - y_0) + \\ + F_z'(x_0, y_0, z_0)(z - z_0) = 0, \qquad (14)$$

ал нормалінің теңдеуі

$$\frac{x - x_0}{F_x'(x_0, y_0, z_0)} = \frac{y - y_0}{F_y'(x_0, y_0, z_0)} = \frac{z - y_0}{F_z'(x_0, y_0, z_0)} \qquad (15)$$

$8(x-1) + 8(y-1) - 1(z-0) = 0$ => $8x - 8 + 8y - 8 - z = 0$ => 8x+8y-z-16=0 –жанама

$\frac{x-1}{8} = \frac{y-1}{8} = \frac{z}{-1}$ - нормаль

2-әдісі:

Ш е ш у . Берілген беттің теңдеуін түрдендіріп,

$$F(x,y,z)=z-\sin\frac{x}{y}=0$$

түрінде жазсақ, дербес туындылар былайша табыладь

$$F_x(x,y,z)=-\frac{1}{y}\cos\frac{x}{y},F_y(x,y,z)=\frac{x}{y^2}\cos\frac{x}{y},F_z(x,y,z)=1,$$

мұнан:

$$F_x'(\pi,1,0)=1,\quad F_y'(\pi,1,0)=-\pi,\quad F_z'(\pi,1,0)=1.$$

Демек, жанама жазықтықтың ізделіп отырған теңдеуі

$$(x-\pi)-\pi(y-1)+z=0,\ \text{яғни}\ \ x-\pi y+z=0.$$

Ал ізделініп отырған нормальдың теңдеуі

$$\frac{x-\pi}{1}=\frac{y-1}{-\pi}=\frac{z}{1},$$

болып шығады.

6. dz тап, егер $z=e^{x+y}$.

7. $f(x,y)=e^x\cos y$ функциясын Тейлор формуласына центрі $M_0(0,0)$ нүктеде төртінші ретті мүшесін қоса есептегенге дейін жікте.

8. $z=x^3+y^2-3x+2y$ функциясын экстремумға зертте.

(Жауабы: z_{min} == z(l, — 1)= —3.)

9. $z=x\sqrt{y}-x^2-y+6x+3$ функциясын экстремумға зертте.

(Жауабы: z_{max} = z(4, 4)= 15.)

10. z = $3x^2$ —y^3 + $3y^2$ + 4y функциясын экстремумға зертте.

(Жауабы: z_{min} = г{0, —2/3)= —4/3.)

11.Берілген функцияларды экстремумға зертте:

$a)z=x^3+3xy^2-15x-12y,$
$b)z=x^2+xy+y^2-2x-y,$
$c)z=3xy-x^2-y^2-10x+5y.$

(Жауабы: а) z_{min} = z(2, 1)= — 28, z_{max} = z(—2, — 1) = 28; б) z_{min} =— z(1, 0)= — 1; в) экстремум нүктелері жоқ.)